

楽しく学ぶ数学セミナー「大学の数学への架け橋」

The mathematics seminar studied happily: Connection with the mathematics of a university

中馬悟朗^{*1} 服部 晃^{*2} 渡辺泰治^{*3} 高木 茂^{*4}
CHUMAN, Goro HATTORI, Akira WATANABE, Yasuharu TAKAGI, Shigeru

^{*1} 福井大学教育地域科学部 Faculty of Education and Regional Studies of Fukui University
^{*2, *3, *4} 岐阜県総合教育センター Gifu Prefectural Education Center

[要約] 楽しく学ぶ算数・数学プロジェクトにおける高等学校教材の開発の目的は、小・中・高等学校を通して学んできた数学について、その「楽しさ」を再確認するとともに、大学での数学または実社会での数学の学習に結びつけることである。当プロジェクトでは、数学を4つの分野(解析的分野、幾何的分野、代数的分野、確率統計的分野)に分けてWeb教材やテキストなど開発している。開発した動画、静止画、テキストなどはWeb上に準備され、生徒が自主的に楽しく学ぶことができるように多様な媒体を組み合わせた教材としている。

[キーワード] Web教材、コンテンツ、数学、高等学校、大学、マルチメディア、e-learning

1. はじめに

自主研究グループ「楽しく学ぶ算数・数学プロジェクト」では、岐阜県教育委員会や岐阜大学総合情報メディアセンター等と連携して、児童・生徒が算数・数学を楽しく学ぶための小学校・中学校・高等学校用のWeb教材の開発を行っている。

高等学校用教材開発の目的は、高等学校を卒業した生徒が、高等学校までに学んだ内容をより深めたり、大学の数学で学ぶ内容を垣間見たり、実社会で数学を応用する手法を学んだりしながら、「数学の本質的な楽しさ」を体感できるようにすることである。そこでは生徒が、小学校・中学校・高等学校と学んできた算数・数学を、「楽しさ」という視点で再確認できるとともに、今後の数学の学習が連続的に行えるよう配慮した。

そのために、まず広範な数学の学習内容を解析的分野・幾何的分野・代数的分野・確率統計的分野の4つに分け、それぞれの分野の特徴を生かして、生徒が数学的な面白さや楽しさを感じ取れるようにした。また、学習の対象者は、高校数学の2年までの内容(数学A, 数学B)を履修した生

徒とした。教材の構成は、一つの分野に対して4回程度の講義及び演習で構成し、ネットワークを通して利用できる教材として開発・提供することにした(図1)。



図1 「大学の数学への架け橋」Web ページ

2. 「解析学編」の開発

1) 「解析学編」のねらい

「解析学編」のねらいは以下のとおりである。

- ・解析学における「数学の本質的な楽しさ」として極限概念を中心に据えるとともに、現象を分析する解析的手法を学ぶことを通して、その有用性や発展性も「楽しさ」

として位置づける。

- ・学習方法として、表計算ソフトを利用し、抽象的な概念を「構成的に理解する手法」（後述）をとる。
- ・上記のねらいが効果的に具現化できるように、多様な媒体による教材の開発をする。
- ・学習の効果を高めるためのIT活用方法について、ノウハウを蓄積する。
- ・教材を授業や自学自習の中で試用し結果を評価するとともに、それらに基づいて改良しながら、マルチメディア教材のあり方を検討する。

2)「解析学編」の構成

本編は、下図のように4回の講義及び演習から構成されている。



図2 「解析学編」の全体構成

各講義及び演習の概要は次のとおりである。

第1回は、「解析学が生まれるまで」と題して、解析学の中心に在る極限の考え方がどのように生まれてきたかを、歴史的なエピソードを通して学習する。

第2・3回では、「高校数学の復習と大学の数学への展望」と題して、「関数」「数列」「微分・積分」を復習するが、パソコンの表計算ソフトを利用しながら学ぶという方法をとる。これは、抽象的に定義された概念を表計算ソフト上に具体的に構成していくことを通して体験的に学ぶこと(ここでは、構成的手法と呼ぶこととする)を示している。また、内容面についても単に既習内容を復習するだ

けではなく、大学の内容にも若干取り入れながら学習する。

第4回は、「様々な現象への解析的アプローチ」と題して、解析学を道具として利用する立場から、3つの手法で、いくつかの身近な現象の分析を試みる。ここでも表計算ソフトを利用し、構成的手法により学習を進める。

3)「解析学編」の内容

具体的な内容は次のとおりである。

[第1回]

ゼノンの逆説のひとつである「アキレスと亀の競争」を題材にし、「限りなく続く」ことを定式化した極限操作の考え方を学ぶ。

[第2回]

現象を追跡する道具である関数を、表計算ソフト上で作成しグラフ化することを通して学ぶ。特に、関数の重ね合わせや合成関数も扱い、その考え方を体感する。

[第3回]

現象を追跡するもうひとつの道具である数列を、表計算ソフト上で生成しグラフ化することを通して学ぶ。

また、関数を操作する演算としての「微分する・積分する」という極限操作を、表計算ソフト上で模擬的に体験する。

[第4回]

身の回りに起こる自然現象や日常的な現象を題材に、その原理や仕組みを探求する解析的な手法を3つ紹介する。ここでは、次の3つの例を紹介しながら、解析学の考え方や応用の仕方の一端を垣間見るとともに、それぞれ違った分野に進む生徒が解析学を使う立場から発展的に学習できるように工夫した。

「理論的アプローチ」として、落体の運動を、微分積分の理論的手続きにより究明する例

「シミュレーション的アプローチ」として、人の間にうわさが広がる現象を、表計算ソフト上の模擬計算により究明する例

「実験・観測等によるアプローチ」とし

て、音階と弦の長さの関係を、測定値から表計算ソフトを利用して究明する例

3. 「代数学編」の開発

1) 「代数学編」のねらい

「代数学編」の制作のねらいは、大学へ進学して数学の代数分野を学ぶ学生が、最初に出会うであろう線形代数学の「本質的な楽しさ」を味わうことができることである。そのために、ケーリー (A.Cayley 1821~1895) が連立方程式を表現する便利な道具として「行列」を導入したように、生徒が便利な道具である「行列」を使いこなせるよう「代数学編」の制作にあたって次のような工夫をした。

- ・効果的に具現化できるように、多様な媒体による教材の開発をする。
- ・学習の効果を高めるためのIT活用方法について、ノウハウを蓄積する。
- ・教材を授業や自学自習の中で試用し結果を評価するとともに、それらに基づいて改良しながら、マルチメディア教材のあり方を検討する。

2) 「代数学編」の構成と内容

本編は線形代数学の基本的な内容を「連立方程式と行列」「1次変換と行列」「行列式」「2次曲線」の4回の講義と演習から構成されている(図3)。



図3 「代数学編」のトップページ

講義内容は次のように4回に分かれている。

第1回 連立方程式と行列

- (1) 連立1次方程式とその解法 1- 2
- (2) 掃き出し法(基本変形) 3- 7
- (3) 行列とその性質 8-12
- (4) 行列の計算 13-18

第2回 一次変換と行列

- (1) 一次変換 1- 4
- (2) 逆行列の求め方 5- 9
- (3) 行列の階数(ランク) 10-12
- (4) いろいろな行列 13-19

第3回 行列式

- (1) 行列式とその性質 1- 7
- (2) クラメールの公式 8-11
- (3) ベクトル 12-14
- (4) 内積と外積 15-21

第4回 2次曲線

- (1) 固有値と固有ベクトル 1- 6
- (2) 行列と固有値 7-10
- (3) 2次曲線の分類 11-17
- (4) 例題と問題 18-20

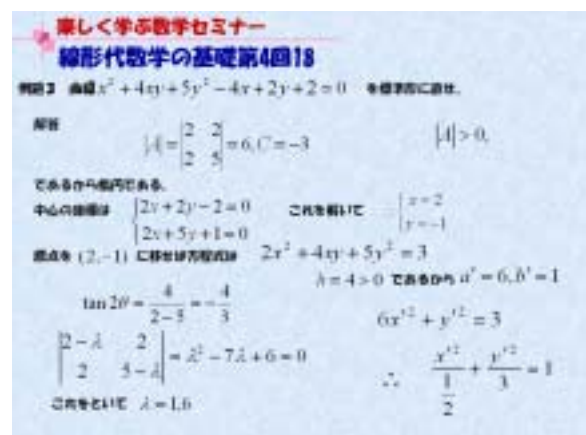


図4 Web教材(線形代数学の基礎第4回18)

4回の講義にはそれぞれWeb上で閲覧・印刷できるテキストを用意しているが、今回は授業でみるPower Point画像をそのままテキストに用いている(図5)。



図 5 印刷したテキスト

4. 「幾何学編」の開発

1) 「幾何学編」のねらい

「幾何学編」開発のねらいは、幾何学の学習を通して数学の楽しさを味わえることである。そのために次の3点を意図して開発を行った(図6)。

自由に学ぶ

これまで学習してきた算数・数学の内容についての記憶を思い出そうとするのではなく、白紙の上に自由に絵を描くくらいの気持ちで進める。

創作する喜び

幾何学は手を動かしたり道具を使ったりして創作する喜びを味わいながら進めることの多い学問である。従って、この学習を進めるためには、手元に白紙とコンパスと定規を用意して、頭の中で描いたイメージを直ちに図に表す。

表現する楽しみ

算数・数学も、最終的には分かったことやできたこと、そして考えたことを表現するという楽しみがあり、さらには、お互いの考え方を伝え合ってよりよいものへと向上させていくことの喜びを味わう。

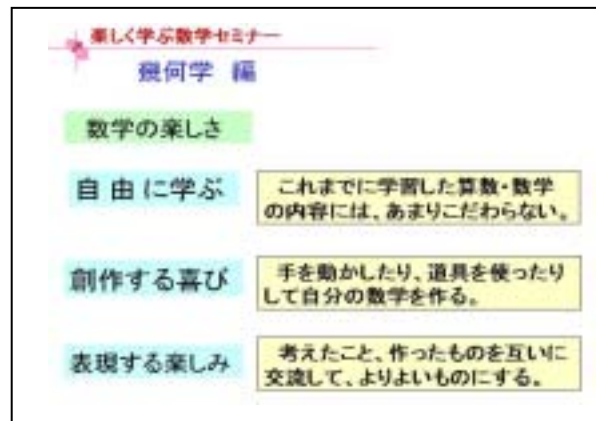


図 6 「幾何学編」における数学の楽しさ

2) 「幾何学編」の構成

本編は、次に示す4回の講義及び演習から構成されている。

[第1回] 幾何学について

- ・幾何学が生まれる歴史的な背景
- ・定義、公理、定理

[第2回] 証明問題

- ・基本的な定理の証明

[第3回] 作図題

- ・定規とコンパスを使った作図

[第4回] オイラーの定理

- ・位相幾何学への準備

「幾何学編」には「幾何学(Geometry)について」等の資料を充実させ、幾何学の歴史の側面も学習できるように配慮した(図7)。



図 7 幾何学編の教材から

5. 「確率統計学編」の開発

1) 「確率統計学編」のねらい

確率の基礎は必ず高校数学において学習しているが、二項分布や正規分布など確率・統計学の基礎は学習しないで大学等へ進学する生徒がいる。

しかし、理系に限らず文系においても調査や研究における資料の分析には確率・統計学の見方や考え方が必要であり、その基礎を学ぶことは必要不可欠である。

したがって、確率・統計学の基礎を確実に身につけるため、本編の作成にあたり、前半は高校での学習の復習を中心に、後半は確率・統計学の基本である二項分布と正規分布を中心に多くの具体例を取り上げた。また、練習問題を設け、自学自習を通して学習内容が定着するようにした。

また、高校生の段階で確率・統計学を学ぶことによって、身近の事象に関する資料を正確に解析できるようになるとともに、様々な事象の資料を収集し分析することから事象を解析する楽しさを味わうことができるようになると考えられる(図8)。

すべて誕生日が違う確率
$$= \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365} \times \dots \times \frac{326}{365}$$

≈ 0.108768
よって、40人のクラスの中に誕生日が同じである人がいる確率は
$$p = 1 - 0.109$$

$$= 0.891$$

図8 「確率統計学」編の教材から

2) 「確率統計学編」の構成と内容

本編の内容は、次のように4回に分かれている。

第1・2回 確率編

高校数学からさまざまな問題へ

第3・4回 統計編

高校数学からさまざまな現象へ

それぞれの講義内容は、次のようになっている。

第1回は、「高校数学の確率(1)」と題して、確率について復習するとともに様々な問題を通して確率の考え方を学習する。

第2回は、「高校数学の確率(2)」と題して、期待値や分散から二項分布までを考え方を中心に学習する。

第3回では、「高校数学の統計(1)」と題して、正規分布や推定について学習する。

第4回では、「高校数学の統計(2)」と題して、相関関係や検定について学習する。

基礎・基本を中心に進めていくが、より詳しく学ぶには、図書館などで調べたり、コンピュータの表計算ソフトを利用したりすることが必要である(図9)。

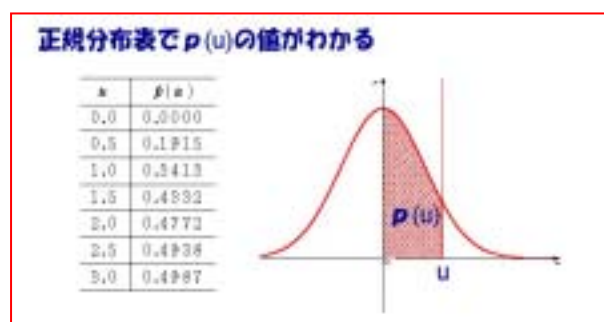


図9 確率統計編の教材から

6. 教材の提供

生徒が楽しみながら自学自習できることを目指して、単に講義の視聴や教科書的な読み物を提供するのではなく、ITを利用した様々な媒体による教材作成を試みた。例えば、「解析学編」においては、その主なものは次の3つの媒体である。

印刷教材

講義のビデオ映像と、それに連動したプレゼンテーション画像

実習・演習用表計算ソフトファイル

これらの媒体はそれぞれ長所短所があるが、互いに有機的に連携させたり、短所を補

い合ったりできるように工夫した。それぞれの教材は、ネットワークを通して提供される（図 10）。



図 10 教材の提供画面

生徒は、学習内容の全体が記述された印刷教材を中心に、ビデオ映像と PowerPoint 画像を参照しながら学習をすすめる（図 11）。



図 11 動画とプレゼンテーションの画面例

また、表計算ソフト上でおこなう実習や演習では、提供された表計算ソフト教材を起動し、映像と画像の解説に従って実際に操作しながら学習する（図 12）。

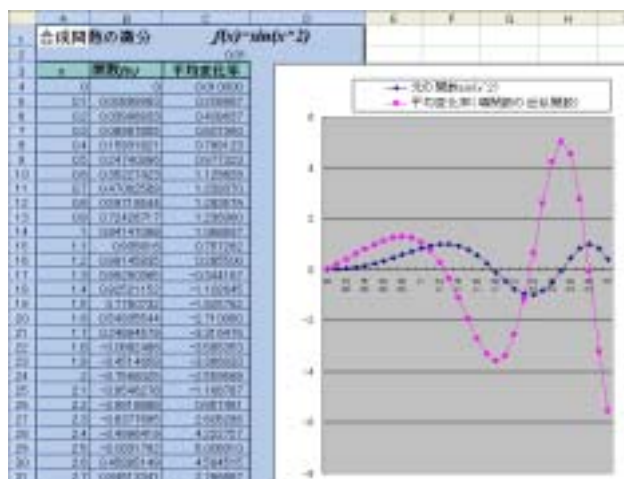


図 12 表計算ソフト教材の例

これらの教材は「岐阜県まるごと学園^{*1}」の Web ページから提供される（図 13）。



図 13 「岐阜県まるごと学園」Web ページ

7. 今後の課題

今回試作した教材は、高校 2 年以降の生徒が「学校間総合ネット^{*2}」を利用し、自主的に自学自習することを前提としている。このような e-learning 的教材は今までにあまりなく、学校教育の中では利用されてこなかったため、教師側も生徒側もかなり戸惑うことが想像できる。現時点ではまだ十分な実証実験が実施できていないので、今後学校で実験的に利用し評価しなければならない。また、このような教材は IT 環境の状況にも影響されるので、今後の進展にも注視しなければならない。

備考

*1 「岐阜県まるごと学園」の url

<http://gakuen.gifu-net.ed.jp/>

*2 「学校間総合ネット」

岐阜県内の小・中・高等学校・特殊教育諸学校を結ぶ高速（1 Gbps）で安全なイントラネット。高等学校・特殊教育諸学校は平成 14 年度に接続。小中学校は平成 15 年度より順次接続予定。